

**Medición de la aceleración de la gravedad mediante un
experimento de caída libre**

Balbuena, Manuel – xeneise_manu@hotmail.com

Diaz Almassio, Nicolás – nicolas.diaz.almassio@hotmail.com

Física Experimental I, Facultad de CS. Exactas – UNICEN

Noviembre 2011

Resumen:

En este trabajo se midió de manera indirecta el valor de la aceleración de la gravedad analizando la caída libre de un cuerpo. Mediante las ecuaciones de cinemática de un objeto en caída libre, se llegó al resultado de la aceleración de la gravedad igual a $g = (8.76 \pm 0.08) \text{ m/s}^2$

Palabras Clave: Gravedad, Caída libre, Cinemática.

Introducción:

En ausencia de rozamiento, un objeto en caída libre se mueve únicamente bajo la influencia de la gravedad.

La ecuación que describe la posición de un cuerpo en caída libre es:

$$H(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

Donde H es la posición vertical y t el tiempo. Por otro lado, h es la altura desde la cual se deja caer el cuerpo y g es la aceleración de la gravedad.

Cuando consideramos un cuerpo que cae con una velocidad inicial v_0 distinta de cero la posición se describe por la expresión:

$$H(t) = h - v_0t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

A partir de la ecuación (2) y considerando $H(T) = 0$, se obtiene:

$$g = \frac{2(h-v_0T)}{T^2} \quad (3)$$

En este trabajo se determinó el valor de g analizando la caída libre de un cuerpo, y midiendo la velocidad v_0 con la que pasa por un punto de su trayectoria y el tiempo T que tarda el cuerpo en ir desde dicho punto hasta otro situado una distancia h más abajo.

Procedimiento:

La práctica fue realizada en el laboratorio de Física de la Facultad de Ciencias Exactas. El esquema del arreglo experimental utilizado se muestra en la Figura 1.

Se utilizó una esfera de diámetro $d = (55.13 \pm 0.01)$ mm, la cual se dejó caer desde el punto (a). Los criterios para fijar la altura h_0 se describen más abajo. Se realizaron 20 mediciones para distintos valores de h : $h_1 = (0.903 \pm 0.001)$ m, $h_2 = (1,225 \pm 0.001)$ m, $h_3 = (1,550 \pm 0.001)$ m y $h_4 = (2,046 \pm 0.001)$ m.

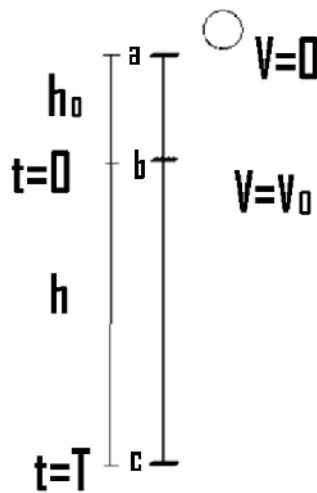


Figura 1 – Esquema del arreglo experimental utilizado: (a) inicio de caída, (b) ubicación del fotodetector, (c) fin de trayectoria (placa piezoeléctrica).

Se utilizó un fotodetector (PASCO Scientific MODEL ME-9215A) ubicado en el punto (b) (ver Figura 1) para registrar el paso de la esfera por dicha posición. Este dispositivo provee una señal eléctrica de salida, la cual es igual a 5V mientras su haz de luz infrarroja no es interrumpido, y de 0V cuando el haz se interrumpe durante el paso de la esfera. La llegada de la esfera al punto (c) se registró mediante una placa piezoeléctrica PASCO ME-6810. Este dispositivo provee una señal eléctrica de salida, la cual se hace nula brevemente al recibir el impacto de la esfera. En otro caso, el valor de la señal es constante e igual a 5V. Las señales del fotodetector y la de la placa se

midieron mediante una placa de adquisición automática de datos Pasco (Science Workshop 750 Interface).

En la Figura 2 se muestra como ejemplo una medición de ambas señales. En la misma figura se muestra cómo se determinó el tiempo de caída T .

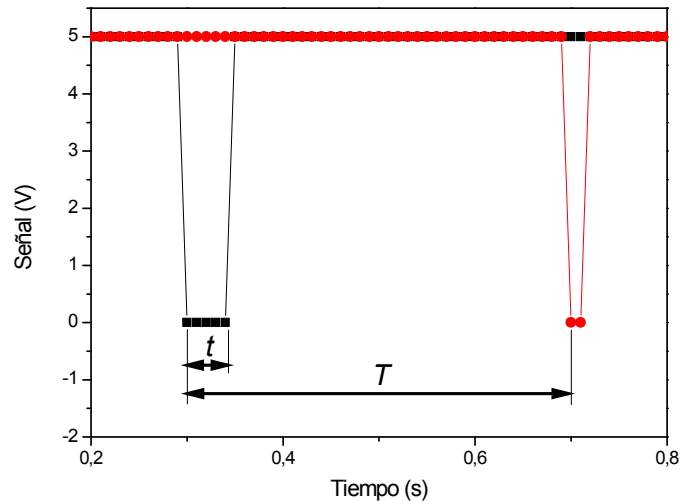


Fig. 2: Ejemplo de las señales de tensión provistas por el fotodetector (negro) y la placa piezoeléctrica (rojo) durante la caída de la esfera.

El valor experimental de la velocidad instantánea en el punto (b) de la caída v_0 se determinó de manera aproximada mediante la velocidad media v_m , definida como:

$$v_m = \frac{d}{t} \quad (4)$$

donde t es el intervalo durante el cual la esfera interrumpe el haz infrarrojo del fotosensor. Es decir, es el tiempo que le lleva recorrer una distancia igual a su diámetro d . El intervalo t se obtuvo a partir de la señal de tensión entregada por el fotodetector (ver Figura 2).

El uso de la aproximación $v_0 \approx v_m$ genera un compromiso entre dos fuentes de error. Una de ellas es el error sistemático $E = v_0 - v_m$ debido a la aproximación utilizada. La otra es la incertidumbre U_{v_m} en el cálculo de v_m que se propaga a partir de las

incertidumbres instrumentales al medir d y t . Como se explica en el Apéndice 1, U_{vm} aumenta cuando E disminuye. Fijado un valor para d , es posible encontrar el valor de h_0 que da lugar a la situación de balance óptimo $E = 0.1 \times U_{vm}$. Se encuentra que en nuestro caso es $h_0 = 5$ cm (ver Apéndice 1), el cual se utilizó para todas las mediciones.

Resultados:

El resultado de la medición de t , T , d para cada valor de h utilizado puede verse en la Tabla mostrada en el Apéndice 2. En la Figura 3 se muestran los puntos experimentales (cuadrados) junto con un ajuste de un polinomio de grado 2 (rojo) con término independiente nulo, a partir del cual es posible estimar el valor para g , teniendo en cuenta que la ecuación (2) se puede expresar como:

$$h(T) = \frac{1}{2}gT^2 + v_0T \quad (5)$$

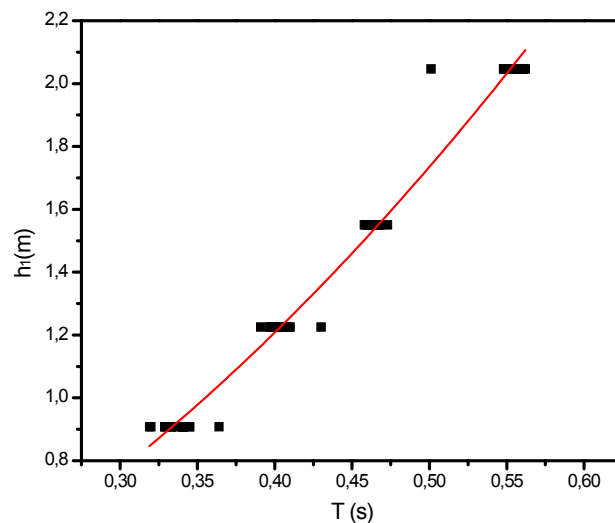


Figura 3 - Alturas en función del tiempo. El gráfico es el resultado del análisis realizado con el software Origin 8.0

Se pudo ver que las nubes de puntos se distribuyen de manera similar a un polinomio de grado dos, debido a esto se realizo un ajuste de cuadrados mínimos, fijando al término independiente como cero y al término lineal como el promedio de las v_m calculadas, igual a $\beta = 1.27489$. Como resultado del ajuste, se obtuvo el siguiente valor óptimo para el coeficiente cuadrático:

- $\alpha = 4.38572 \text{ m/s}^2$
- $\sigma_\alpha = 0.02599 \text{ m/s}^2$
- $r = 0.98651$

donde α es el coeficiente del termino cuadrático, σ_α su desviación estándar y r es el coeficiente de correlación que cuanto mas cercano a 1 sea, mejor es el ajuste realizado.

El valor de la aceleración de la gravedad se obtiene a partir de:

$$g (95\%) = 2 \alpha = (8.76 \pm 0.08) \text{ m/s}^2$$

donde la incertidumbre $u_g = 0.08 \text{ m/s}^2$ se calculó mediante la expresión:

$$u_g = 2 z_{95\%} \sigma_\alpha$$

Análisis:

Se obtuvo el valor de $g = (8.76 \pm 0.08) \text{ m/s}^2$ que corresponde al intervalo (8,68 – 8.84) m/s^2 donde se puede ver un error por defecto del valor de g .

El valor de g se obtuvo mediante un ajuste de datos, fijando el termino independiente como cero y el termino lineal $\beta = 1.27489$ el cual es el valor promedio de las velocidades medias calculadas. Se pudo ver que si se realizaba el mismo ajuste, pero fijando $\beta = 1$ la parábola se ajustaba mucho mejor, así obteniendo el valor de $g = (9.90 \pm 0.08) \text{ m/s}^2$. Se pudo ver de esta manera que hubo un error por exceso al calcular v_m .

Otro error que se pudo haber cometido fue la eliminación haz-diámetro esfera ya que esta al caer puede no haber pasado con la completitud de su diámetro, así dando tiempo mas pequeños. Otra fuente de error puede haber sido introducida al medir las alturas desde las cuales se dejo caer el cuerpo, con una cinta métrica, ya que este método de medición no es muy preciso.

Conclusión:

En este trabajo se llevo al valor de la aceleración de la gravedad $g = (8.76 \pm 0.08) \text{ m/s}^2$. A comparación de la investigación anterior⁽¹⁾, podemos ver que se mejoro levemente el valor de la aceleración de la gravedad, pero de manera significativa su incertidumbre. Para investigaciones futuras, se plantea conseguir un mejor mecanismo para dejar caer el cuerpo, por ejemplo un electroimán, para que la velocidad inicial sea nula en el punto (a) (Ver Figura 1).

Bibliografía:

- (1) Balbuena Manuel, Díaz Almassio Nicolás, *Medición de la aceleración de la gravedad mediante un experimento de caída libre*, Física Experimental I, 2011.

Apéndice 1:

Teniendo el error sistemático debido a la aproximación:

$$E = |v_0 - v_m| \quad (6)$$

Y también la incertidumbre de v_m dada por:

$$U_{v_m} = v_m \left(\frac{d}{d} + \frac{t}{t} \right) \quad (7)$$

Como se puede ver al disminuir h_0 el error sistemático incrementa y de manera contraria al aumentar h_0 la incertidumbre de v_m crece. En esta experiencia particular se fijó un $d = 55,13$ mm. y se buscó un h_0 para obtener un balance óptimo,

$E = 0.1 \times U_{v_m}$. Así teniendo el error sistemático igual al 10% de U_{v_m} de manera tal que este queda opacado por el mismo U_{v_m} .

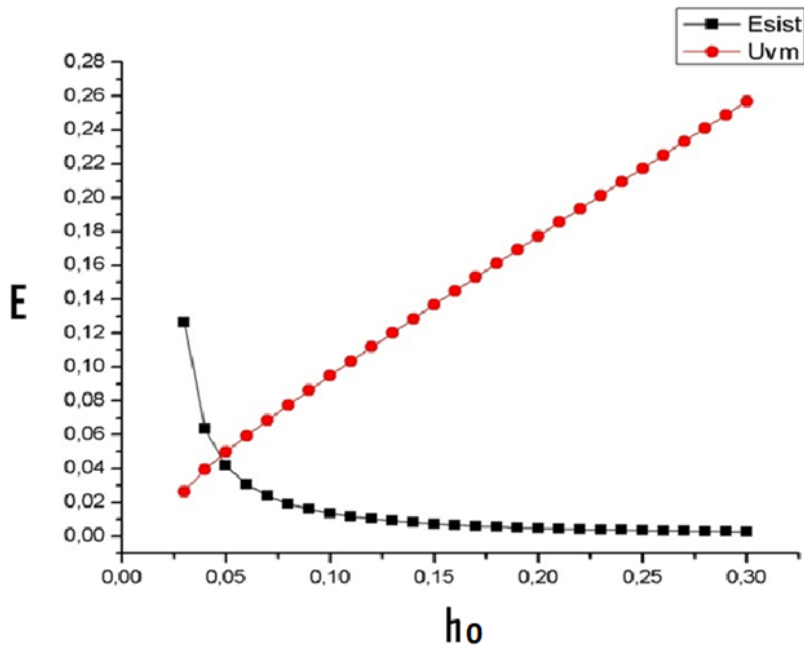


Figura 4 – Estimación del h_0 ideal

Como se puede ver en la figura 4, el h_0 que presenta este balance entre el error sistemático y el error instrumental al medir v_m , es de 5 cm. aproximadamente.

Apéndice 2:

Tablas para las distintas alturas, para la esfera de diámetro 0,05513

- Tabla para $h_1 = 0,908$ m

t (s)	T (s)	Vm (m/s)
0,057	0,341	0,96719
0,038	0,337	1,45079
0,046	0,341	1,19848
0,046	0,334	1,19848
0,045	0,341	1,22511
0,045	0,345	1,22511
0,045	0,341	1,22511
0,045	0,329	1,22511
0,045	0,364	1,22511
0,045	0,341	1,22511
0,035	0,319	1,57514
0,046	0,33	1,19848
0,046	0,341	1,19848
0,045	0,329	1,22511
0,035	0,32	1,57514
0,046	0,341	1,19848
0,037	0,333	1,49
0,046	0,341	1,19848
0,037	0,333	1,49
0,045	0,345	1,22511

- Tabla para $h_2 = 1,225$ m.

t (s)	T (s)	Vm (m/s)
0,038	0,402	1,45079
0,046	0,41	1,19848
0,046	0,409	1,19848
0,045	0,401	1,22511
0,046	0,402	1,19848
0,045	0,402	1,22511
0,037	0,403	1,49
0,04	0,397	1,37825
0,04	0,391	1,37825
0,046	0,404	1,19848
0,041	0,397	1,34463
0,049	0,409	1,1251
0,04	0,4	1,37825
0,07	0,43	0,78757
0,034	0,399	1,62147
0,041	0,399	1,34463
0,046	0,407	1,19848
0,04	0,407	1,37825
0,046	0,403	1,19848
0,04	0,4	1,37825

- Tabla $h_3 = 1,55$ m.

t (s)	T (s)	Vm (m/s)
0,04	0,466	1,37825
0,046	0,466	1,19848
0,034	0,458	1,62147
0,04	0,459	1,37825
0,034	0,462	1,62147
0,04	0,461	1,37825
0,046	0,4682	1,19848
0,041	0,463	1,34463
0,04	0,468	1,37825
0,05	0,463	1,1026
0,041	0,463	1,34463
0,035	0,461	1,57514
0,046	0,473	1,19848
0,041	0,463	1,34463
0,04	0,466	1,37825
0,04	0,466	1,37825
0,04	0,466	1,37825
0,046	0,467	1,19848
0,046	0,467	1,19848
0,04	0,46	1,37825

- Tabla $h_4 = 2,046$ m.

t (s)	T (s)	Vm (m/s)
0,055	0,556	1,00236
0,052	0,554	1,06019
0,085	0,553	0,64859
0,052	0,501	1,06019
0,052	0,556	1,06019
0,052	0,557	1,06019
0,034	0,55	1,62147
0,035	0,549	1,57514
0,034	0,549	1,62147
0,052	0,552	1,06019
0,052	0,56	1,06019
0,035	0,554	1,57514
0,051	0,559	1,08098
0,095	0,548	0,58032
0,034	0,549	1,62147
0,071	0,562	0,77648
0,052	0,561	1,06019
0,052	0,561	1,06019
0,034	0,548	1,62147
0,035	0,557	1,57514